

# Modulo 5b: Elementi di base dell'Analisi Fattoriale

## Test per le organizzazioni

Ottavia M. Epifania  
University of Trento  
ottavia.epifania@unitn.it

A.A. 2025/2026

1 Trovare la causa comune

2 Analisi Fattoriale FA

3 Cross validation

## 1 Trovare la causa comune

- Da questo
- A questo

## 2 Analisi Fattoriale FA

## 3 Cross validation



## 1 Trovare la causa comune

- Da questo
- A questo

## 2 Analisi Fattoriale FA

## 3 Cross validation



1 Trovare la causa comune

2 **Analisi Fattoriale FA**

3 Cross validation

1 Trovare la causa comune

2 Analisi Fattoriale FA

- Scopo
- EFA
- CFA
- Rotazione dei fattori

3 Cross validation





1 Trovare la causa comune

2 Analisi Fattoriale FA

- Scopo
- EFA
- CFA
- Rotazione dei fattori

3 Cross validation

## Causazione

La correlazione tra gli indicatori è dovuta all'*effetto causale* di una serie di variabili latenti

Le variabili latenti sono la *causa* dei punteggi osservati negli item

La relazione tra gli indicatori è una relazione spuria, dove la variabile di controllo è una variabile latente

Tutto parte dalla matrice di correlazione tra gli indicatori e dalla sua scomposizione. Per ogni item:

- Varianza **comune**: proporzione della variabilità di un item spiegata dall'insieme dei fattori (comunalità,  $h_i^2$ )
- Varianza **unica** proporzione della variabilità di un item che è propria (specifica) di quell'item (unicità,  $u_i = 1 - h_i^2$ )

$h_i^2$

$$h_i^2 = \sum_{f=1}^F \lambda_{if}^2 = \lambda_{i1}^2 + \lambda_{i2}^2 + \dots + \lambda_{iF}^2$$

$u_i^2$

$$u_i^2 = 1 - h_i^2$$

## Parsimonia

Scopo: Raggruppare la variabilità osservata nel minor numero possibile di sottogruppi che siano il più omogenei possibile al loro interno e più distinti possibile tra di loro

Tra due soluzioni che spiegano circa la stessa quota di varianza, viene scelta quella più parsimoniosa, ossia quella che utilizza meno dimensioni latenti per spiegare la variabilità

Trovare i fattori latenti per i seguenti item:

*Triste, Stressato, Ansioso, Artistico, Curioso, Inventivo*

Quante dimensioni latenti?

EFA

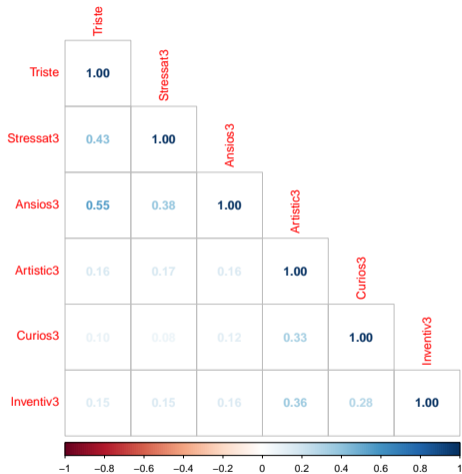


Figure 1: Matrice di correlazione tra le variabili osservate

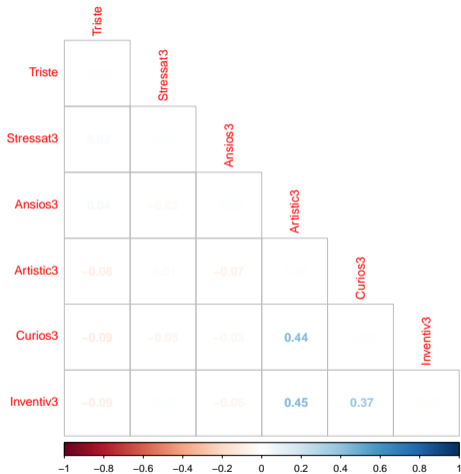


Figure 2: Matrice di correlazione residua tra le variabili osservate (1 fattore)

EFA

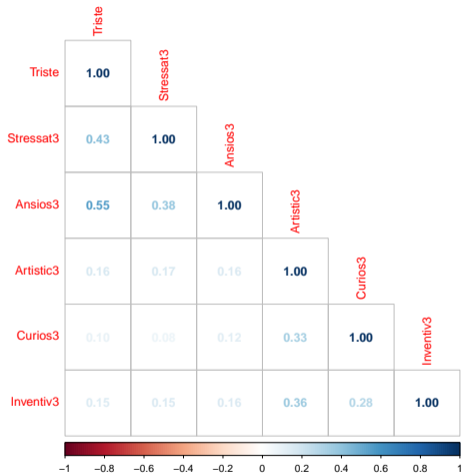


Figure 3: Matrice di correlazione tra le variabili osservate

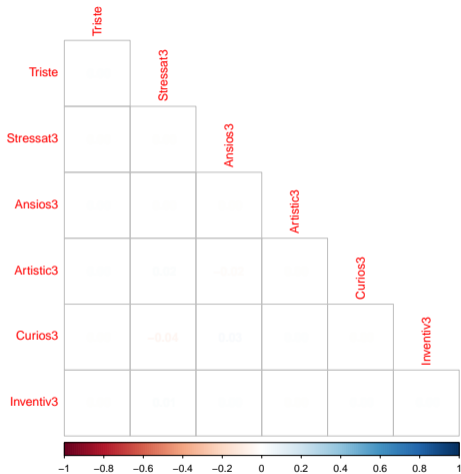


Figure 4: Matrice di correlazione residua tra le variabili osservate (2 fattori)

Saturazioni della soluzione a un  
fattore:

f1
0.746
0.557
0.709
0.285
0.204
0.272

Saturazioni della soluzione a due  
fattori:

f1	f2
0.803	-0.034
0.525	0.060
0.690	0.021
0.003	0.653
-0.035	0.522
0.028	0.547

## Struttura semplice

La matrice delle saturazioni ideale dovrebbe presentare una saturazione sostanziale su ogni riga e tutte le altre estremamente basse

I cross-loadings si hanno quando un item presenta saturazioni sostanziali su più di una dimensione latente

Saturazione sostanziale  $\lambda_i \geq |.30|$  (o  $|.40|$ )

1 Trovare la causa comune

2 Analisi Fattoriale FA

- Scopo
- EFA
- CFA
- Rotazione dei fattori

3 Cross validation

Ci sono dei casi dove è più utile andare a testare un modello teorico già noto: Confirmatory Factor Analysis (CFA)

Viene specificato:

- Il numero di fattori latenti
- La relazione tra i fattori latenti
- La relazione tra i fattori latenti e le variabili osservate

Viene direttamente testato il modello teorico sui dati e si guarda se il modello fitta



## Analisi delle strutture di covarianza

Matrice di covarianza **osservata** + Modello teorico circa le relazioni tra le variabili osservate e i fattori latenti

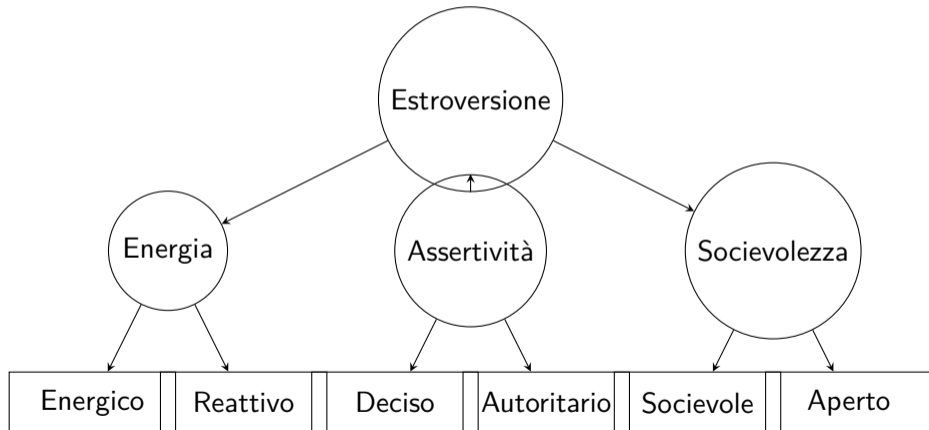
Matrice di covarianza **attesa**

Matrice **osservata** vs. Matrice **attesa**: Statistica  $\chi^2$  che indica il grado di vicinanza tra il modello teorico e i dati osservati

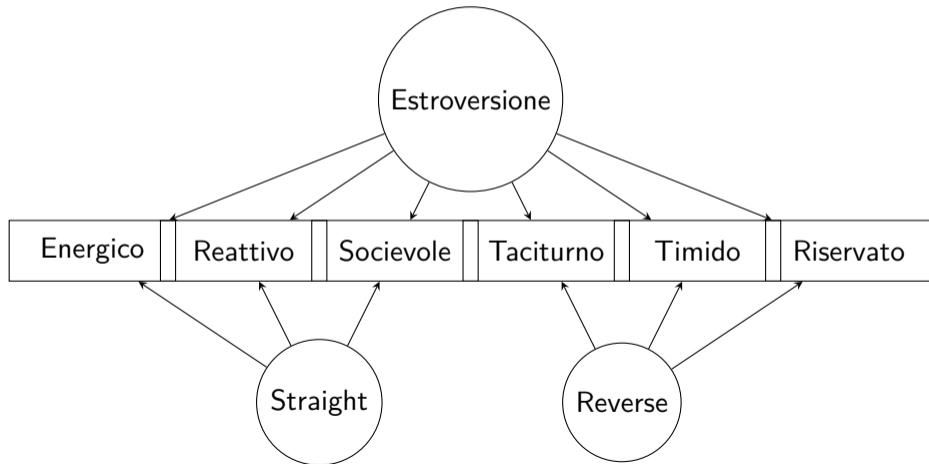
Altri indici di fit ( $[0, 1]$ ):

- *Goodness of fit*: Quanto è “bravo” il modello a spiegare i dati ( $> .90$ )
- *Badness of fit*: Quanto è lontano il modello dai dati ( $< .08$ )

## Fattori di secondo ordine



# Modello bifactor



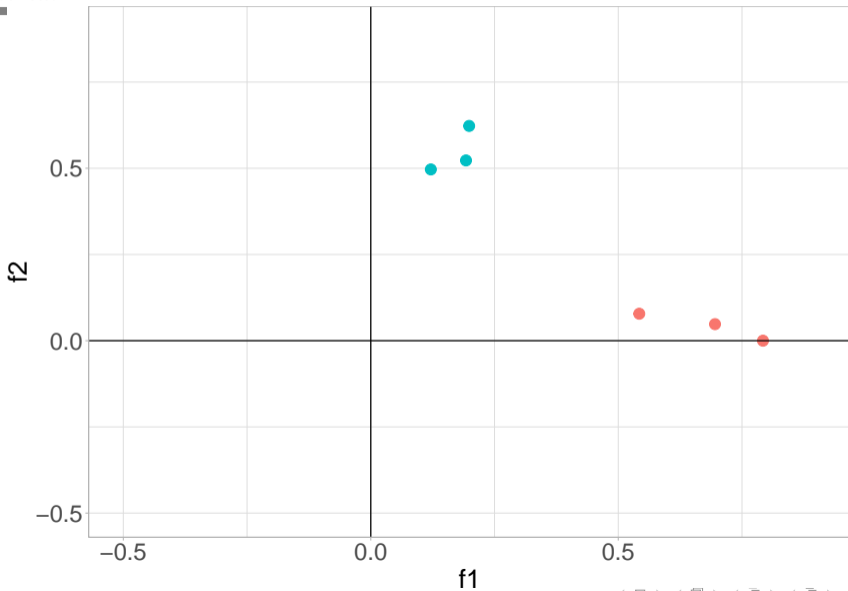
1 Trovare la causa comune

2 Analisi Fattoriale FA

- Scopo
- EFA
- CFA
- Rotazione dei fattori

3 Cross validation

Rotazione dei fattori



Rotazione dei fattori

f1	f2
0.792	0.000
0.542	0.078
0.695	0.048
0.199	0.623
0.121	0.497
0.192	0.523





## Rotazione ortogonale

L'angolo tra gli assi (i fattori) è e rimane un angolo retto  
Questo implica l'*ortogonalità* dei fattori, ovvero la loro indipendenza  
(la correlazione è forzata a 0)

*e.g., Quartimax, Varimax, Equamax*

## Rotazione obliqua

L'angolo tra gli assi non è un angolo retto  
Esiste una correlazione tra i fattori!

*e.g., Oblimin, Promax, Geomin*

- 1 Trovare la causa comune
- 2 Analisi Fattoriale FA
- 3 Cross validation**

La valutazione preliminare degli item (e.g., difficoltà, discriminatività, distrattori) l'analisi fattoriale esplorativa e l'analisi fattoriale confermativa **devono** essere svolti su 3 campioni differenti

Svolgere EFA e CFA sullo stesso campione: Il modello è i dati

La cross-validation è uno strumento che garantisce la robustezza e replicabilità dei risultati